규격을 고려한 영역관리도에 관한 연구

李 圭 龍
공업경영과

〈요 약〉

본 연구는 슈하르트의 $\bar{X}-R$ 관리도 복잡성을 단순화시킨 영역관리도에 대한 고찰이다. 이 고찰을 통해 현장 작업자들이 손쉽게 사용할 수 있도록 작성절차에 대해 수학적 모델을 설정하였고, 수정관리한계를 이용하여 영역관리도 사용범위를 확대하고자 하며, 아울러 영역관리도와 $\bar{X}-R$ 관리도를 사용자 측면에서 비교하고자 한다.

A Study on the Zone Control Chart Considering the Specification

Lee, Kyu Yong
Dept. of Industrial Engineering

〈Abstract〉

This paper is concerned with the zone control chart which simplifies complexity of Shewhart's $\bar{X}-R$ control chart.

The purpose of this study is to set up the mathematical model for workers to use the zone control chart easily, to expand the usage of the zone control chart using the modified control limilts, and also to compare the $\bar{X}-R$ control chart with the zone control chart in the user's place.

Ⅰ. 서 론

생산현장에서 사용되는 관리도는 계량치 관리도와 계수치 관리도로 나누어 지는데 계량치 관리도에는 $\bar{X}-R$ 관리도가 대표적이다. 이 관리도는 1924년 슈하르트에 의해 개발되었으며, 특히 KSA 3201에 규정한 관리도는 슈하르트의 3σ 관리도법을 그대로 채택하고 있다.[1]

관리도 사용 절차는 측정 데이터 기록, 관리한계선 계산, 타점, 해석, 이상원인에 대한 올바른 조처 순으로 이루어져 있다. 기존의 $\bar{X}-R$ 관리도는 통계적 지식이 부족한 작업자, 새로운 관리도 작성에 따른 눈금 및 관리한계선 조정의 복잡성, 지루함에 의한 타점 실수등으로 사용에 어려움이 있다.

따라서 이와같은 문제점을 개선하기 위한 하나의 기법으로써 R.W. Traver[9]가 개발한 사전관리(Pre-Control)라는 기법이 있다. 이 기법은 관리도를 사용하지 않고, 목표영역(Target Area)과 공차영역(Tolerance Area)로 구분하고 목표영역(86%) 내에 공정이 존재하도록 관리하는 기법이다. 그러나 시간의 흐름에 따른 공정전체의 변화를 알 수 없다는 단점을 지니고 있다.

또 하나의 기법으로는 슈하르트의 $\bar{X}-R$ 관리도를 최대로 단순화 하기위해 개발된 영역관리도(Zone Control Chart)를 들 수 있다. 이 관리도를 적용하는 측면에서 공정산포와 규격을 고려할 수 있을 것이다.

일반적으로 사용되는 관리도는 공정산포가 6σ 범위내에 존재한다는 전제하에 작성되고 공정의 이상유무를 판단하게 된다. 그러나 규격을 고려하면 규격의 폭이 6σ보다 더 큰 경우에는 관리한계를 수정해야 한다. 왜냐하면 관리한계를 벗어 나는 측정치에 대해 제1종 과오를 범할 수 있기 때문에 생산중단에서 오는 경제적 손실비용이 발생하게 되기 때문이다.

따라서 본 연구에서는 생산현장에서 손쉽게 사용할 수 있는 영역관리도에 수정 관리한계를 이용하는 방법을 모색함으로써 영역관리도의 적용범위를 확대하고자 한다. 아울러 영역관리도와 $\bar{X}-R$ 관리도를 사용자 측면에서 비교하고자 한다.

Ⅱ. 영역관리도와 수정관리한계

1. 영역관리도에 대한 고찰

영역 관리도(Zone Control Chart)는 1987년 A.H. Jaehn에 의해 $\bar{X}-R$ 관리도의 대안으로 개발되었다.[3] 처음에는 J.H. Reynolds[4]가 발표한 Run Sum 관리도에 기초하여 영역관리도의

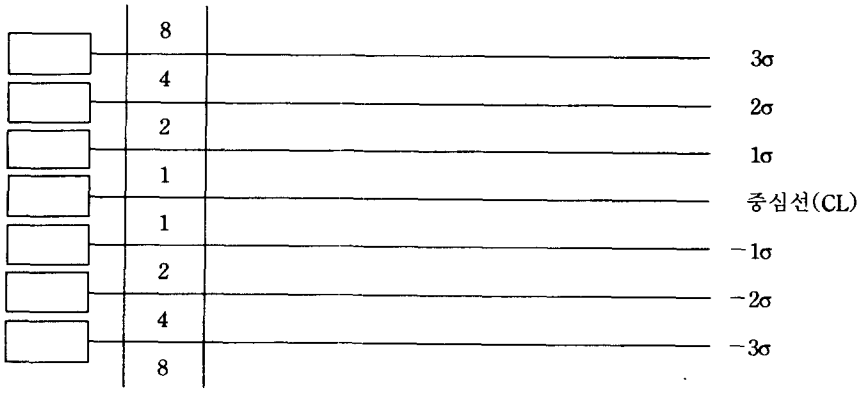
기본형태와 $\bar{X}$ 관리도의 적용에 초점을 두었다. 그후 많은 연구에 의해 영역관리도를 R 관리도에 적용시켰다.[5] R. B. Davis, A. Homer, and W. H. Woodall[8]는 매트릭스법을 이용하여 슈하르트 관리도와 영역관리도에 대해 각각의 평균런길이(Average Run Length: ARL)를 구하고, 이를 비교하여 영역 관리도가 우수함을 증명하였다. 한편, J. Fang, K. E. Case[6]는 공정의 안정상태하에서 각각의 영역점수(Zone Sore)를 수정하고, 수정된 영역점수에 대한 평균런길이(ARL)를 산출하고 AT & T 규칙을 사용한 슈하르트 관리도의 평균런길이(ARL)와 비교함으로써 수정된 영역관리도가 우수함을 입증하였다.

영역관리도의 구조는 매우 단순하다. 중심선에서 1σ 한계까지 A영역, 1σ에서 2σ 한계까지 B영역, 2σ에서 3σ까지 C영역, 3σ를 벗어나는 D영역으로 구분되는 8개 영역으로 구성되어 있다. 각각의 영역은 〈표 1〉과 같이 영역점수를 할당받게 된다.

〈표 1〉 영역점수 (Zone Score)

영역 (Zone)	영역점수 (Zone Score)
중심선에서 1σ 한계까지 A영역	1
1σ에서 2σ 한계까지 B영역	2
2σ에서 3σ 한계까지 C영역	4
3σ를 벗어나는 영역 D영역	8

영역관리도의 기본형태는 〈그림 1〉과 같이 나타낸다.



〈그림 1〉 영역관리도의 기본형태

영역관리도의 판별기준은 누적점수가 8이상이면 공정에 이상원인이 있다고 판단하고 올바른 조처를 취하게 된다. 즉, 공정의 이상원인을 나타내는 4가지 요소로 판별기준을 설정하였다. 이 기준은 1957년 Western Electric 사에서 출판한 "Statistical Quality Control Handbook (현재 : AT & T S. Q. C. Handbook)"에서 인용한 것이다.[2] 각 기준에 해당되는

누적점수는 다음과 같이 결정되고 영역관리도의 중심선 상측 혹은 하측에 나타나는 측정치에 대한 것이다.

〈표 2〉 영역관리도의 판별기준

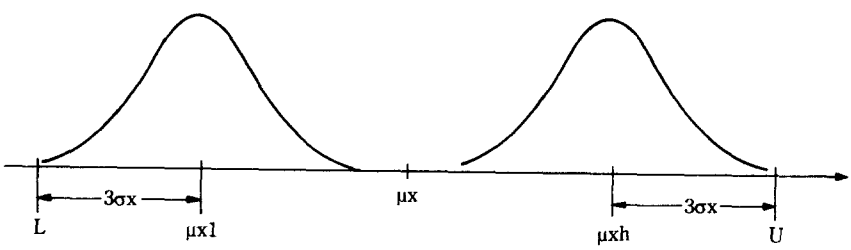
영 역	영역점수	기 준	누적점수
A	1	중심선과 1σ사이 영역에 연속 8점	≥8
B	2	1σ~2σ 영역에 연속 5점 중 4점	≥8
C	4	2σ~3σ 영역에 연속 3점 중 2점	≥8
D	8	3σ 영역을 벗어나는 점	≥8

2. 수정관리한계(Modified Control Limits)

예비데이터에 의해 공정산포가 안정상태(Controlled State)에 있을때 계량치 관리도를 사용하게 된다. 일반적인 계량치 관리도에 관해 규격을 고려해보자. 규격은 규격상한 (Upper Specfication Limit: U)과 규격하한 (Lower Specfication Limit: L)로 나누어진다. 규격의 폭 (Specfication Width)은 U-L로 나타낸다.

관리한계와 규격을 비교하는 방법으로는 히스토그램이나 6σ를 사용하게 된다. 규격의 폭이 6σ보다 작은 경우와 큰 경우로 대별되는데, U-L이 6σ보다 더 큰 경우를 고려하자. 어떤 측정치가 관리한계를 벗어나지만 규격의 폭(U-L)내에 존재할 수 있다. 따라서 공정에 이상원인이 있는것처럼 잘못 판단하는 과오(Type I error)를 범하게 되고 공정 중단에 따른 경제적 손실을 가져오게 된다. 이와같은 상황을 고려하여 계산된 관리한계를 수정관리한계 (Modified Control Limits)라고 부른다.[2]

수정관리한계에 대해 살펴보면 관리한계는 $\mu_X \sim 3\sigma_X$이다. 규격의 폭을 고려할 때 개개의 측정치 X는 U-L 내에 존재하게 되고 μ_X는 명목상의 공정평균이 된다. 즉, μ_{Xh}(Highest Acceptable μ_X)와 μ_{Xl}(Lowest Acceptable μ_X)은 규격의 상, 하한으로 부터 $3\sigma_X$ 거리에 위치하게 되고, 〈그림 2〉와 같이 나타낼 수 있다.



〈그림 2〉 규격폭과 측정치의 관계

따라서 $\mu_{x_h}=U-3\sigma_x$이므로 측정치 X에 대한 수정관리상한(Upper Modified Control Limits: UMCL)[7]를 구하면

$$\begin{aligned} UMCL&=(U-3\sigma_x)+3\sigma_x/\sqrt{n} \\ &=U-(3-3/\sqrt{n})\,\sigma_x \end{aligned} \quad (1)$$

이 된다. 여기서 $k=3-3/\sqrt{n}$ 을 식 (1)에 대입하면

$$UMCL=U-k\sigma_x \quad (2)$$

을 얻는다.

같은 방법으로 측정치 X에 대한 수정관리하한 (Lower Modified Control Limits: LMCL)을 구하면

$$LMCL=L+(3-3/\sqrt{n})\,\sigma_x \quad (3)$$

되고, $k=3-3/\sqrt{n}$을 식(3)에 대입하면 식 (4)를 얻는다.

$$LMCL=L+k\sigma_x \quad (4)$$

$\bar{X}$ 관리도에 적용할때는 X대신에 $\bar{X}$를 사용할 수 있다. 따라서 $L+k\sigma_{\bar{x}}\leq\bar{\bar{X}}\leq L-k\sigma_{\bar{x}}$와 같이 $\bar{X}$의 범위가 넓어 짐을 알 수 있다.

III. 관리도 작성모델과 슈하르트 관리도와 비교

1. 영역관리도의 작성모델

〈기호설명〉

m : 전체 Sample 수, j=1, 2, 3,…, m

Z(j)=0 : 관리중심선(Center Line : CL)

Z(j)=1 : 관리중심선의 상측

Z(j)=−1 : 관리중심선의 하측

X(j) : 측정데이터

M(i, j) : j번째 측정데이터 X(j)에 대한 i 영역의 영역점수(Zone Score)

S(j) : j번째 까지의 누적점수 (Cumulative Score)

i : 관리도의 영역, i=1, 2, 3,…, 8

i가 3, 5, 7일때는 관리한계 1σ, 2σ, 3σ 선상에 X(j)가 있음을 나타내며 각각의 영역점수는 i=2, 4, 6에 따른다.

따라서 설명된 기호를 사용하여 영역관리도 작성모델을 요약하면 〈표 3〉과 〈표 4〉와 같다. 영역관리도의 작성절차는 수치예와 함께 설명하고자 한다.

〈표 3〉 영역점수 [M(i, j)]

기 호	i	영 역	σ 영역	영역 점수
M(i, j)	1	중심선 (CL)	σ=0	0
	2, 3	A 영역	0<σ≤1	1
	4, 5	B 영역	1<σ≤2	2
	6, 7	C 영역	2<σ≤3	4
	8	D 영역	3<σ	8

〈표 4〉 누적점수 [S(j)]

누적점수 S(j)	적 용 설 명
S(j)=0	처음 X(j)가 중심선상에서 출발할때
S(j)=S(j−1)+M(i, j)단, j≥1	j번째 X(j)가 X(j−1)번째와 동일한 Z(j)에 있을때
S(j)=M(i, j)	X(j)가 X(j−1)와 동일한 Z(j)에 있지 않거나 S(j−1)≥k인 경우, 누적점수를 처음 시작할때
S(j)≥k	공정에 대해 올바른 조치를 취한다. 단 k=8이다.

2. 영역관리도와 슈하르트의 $\bar{X}$−R 관리도의 비교

〈표 5〉 영역관리도와 $\bar{X}$−R 관리도의 비교

항 목	$\bar{X}$−R 관리도	영역 관리도
데이터의 특성	계량치	계량치
사용자의 관리도 이해	관리도 이해가 어렵고 통계적 지식이 필요	이해가 쉽고 통계적 지식을 요하지 않음
관리도 구조	복잡함	매우 단순함
관리도의 작성절차	관리한계변화, 눈금조정 및 타점등, 복잡함	고정된 관리한계 사용과 타점 및 눈금조정의 배제등, 단순함
관리도 해석	다양한 기준에 의한 해석	누적점수에 의한 해석으로 매우 간단함
공정변화에 따른 검출정도	우수함	슈하르트의 $\bar{X}$−R 관리도보다 우수함
공정의 σ를 알고 있을때 효과	일정한 측정 데이터를 필요로함	생산흐름에 따라 생산현장에서 공정상태의 이상유무를 확인할 수 있음

생산현장에서 통계적 공정관리를 위해 가장 많이 사용되는 것이 슈하르트의 $\bar{X}$−R 관

리도이다. 현장작업자나 감독자는 거의 사용하지 않고 품질관리를 담당하는 사람들에 의해 이용되는 것도 사실이다. 공정의 이상유무를 가장 빨리 감지해야 할 사람은 그 공정에서 작업하는 작업자들이다. 이들은 통계지식이 미흡할뿐만 아니라 일일 생산량 완수에도 힘든 상황하에서 관리도를 작성할만한 시간적 여유가 없을 것이다. 앞에서 살펴본바와 같이 영역관리도는 이러한 문제점들을 해소하고자 고안된 기법이므로 영역관리도와 슈하르트의 $\bar{X}-R$ 관리도에 대한 사용자측면에서 비교하면 〈표 5〉와 같다.

Ⅳ. 수정관리한계를 이용한 수치예

영역 관리도 작성절차를 주어진 자료에 의해 설명하고자 한다. 시료수 m=20, 규격은 40.0±2.4, σ_x=0.4, 시료의 크기 n=4이며, 공정은 안정상태라고 한다. 주어진 자료는 〈표 6〉과 같다.

〈표 6〉 n=4, $\sigma_{\bar{x}}$=0.4, m=20인 공정데이터

시료 번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{X}(j)$	39.8	39.3	39.6	39.9	39.4	38.9	40.9	40.3	41.1	39.8
시료 번호	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{X}(j)$	38.5	39.9	40.1	40.7	40.2	40.0	39.7	40.2	39.3	39.9

영역관리도 작성절차는 다음과 같다.

〈순서 1〉 공정산포와 규격폭을 비교한다.

U−L=4.8이므로 6σ보다 규격폭이 더 크기 때문에 수정관리한계를 사용한다.

〈순서 2〉 수정관리한계값을 계산한다.

식 (1)과 식 (3)에 의해 UMCL과 LMCL 값을 계산하고 각 영역에 대한 관리한계값을 기록한다.

$UMCL=42.4-(3-3/\sqrt{4}\ )\ 0.4=41.8$

$LMCL=37.6+(3-3/\sqrt{4}\ )\ 0.4=38.2$

〈순서 3〉 영역점수 (1, 2, 4, 8)를 영역관리도에 기입한다.

영역점수는 항상 일정하므로 관리도 인쇄시에 함께 인쇄할 수 있다.

〈순서 4〉 측정데이터 혹은 $\bar{X}(j)$를 관리도 하단에 기록한다.

〈순서 5〉 측정데이터 혹은 $\bar{X}(j)$에 해당하는 누적점수 S(j)를 해당영역에 기록해 나간다. 이때 누적점수를 기록할 때 조그만 원을 그리고, 숫자를 원안에 기록한다. 이 원은 별다른 의미는 없으나 시각적 효과를 얻을 수 있다. 누적점수 S(j)를 관리도 안에 기입할 때 다음 사항에 유의해야 한다. 예를 들어 설명하면 다음과 같다.

① 첫번째 영역점수를 그대로 기록하고 두번째부터 누적점수를 기록한다. 즉, j=1 일때 M(2, 1)=1, S(1)=1이 된다. j=2일때 M(4, 2)=2, S(2)=S(1)+M(4, 2)이므로 S(2)는 3이 된다.

② $\bar{X}(j)$가 관리한계선상에 위치 할때는 영역점수가 작은것을 선택한다. j=5 일때를 보면 $\bar{X}(5)=39.4$이고, M(3, 5)=1을 할당한다. 따라서 S(5)=S(4)+M(3, 5)=6이 된다.

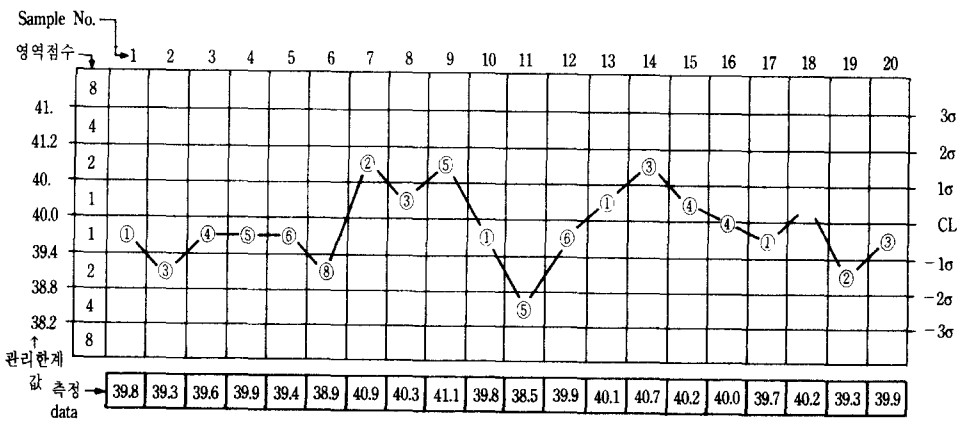
③ 중심선을 중심으로 상측에서 하측으로 하측에서 상측으로 $\bar{X}(j)$가 옮겨질때 누적점수는 새로이 시작된다. j=9~10, j=10~13일때의 상황이다. 따라서 S(10)=1, S(13)=1이 된다.

④ $\bar{X}(j)$가 중심선상에 위치할 때에는 M(1, j)=0이다.
즉, j=16인 경우 M(1, 16)=0이고 S(16)=S(15)+M(1, 16)이므로 S(16)=4가 된다.

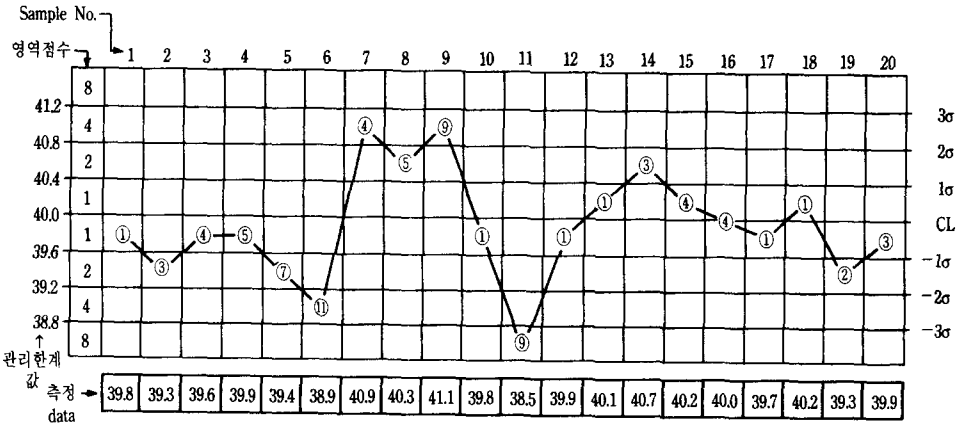
⑤ S(j−1)≥8이면 누적점수를 새로이 시작한다.
즉, S(6)=8이므로 j=7인 경우는 ③의 상황과 겹쳐진 상태이지만 S(7)=M(4, 7)=2가 된다.

〈순서 6〉 S(j)≥8 이상이면 공정에 이상원인이 있다고 판단하고 올바른 조치를 취한다.
즉, j=6 일때는 올바른 조치후 생산을 계속하는 것이 바람직하다.

순서에 맞추어 영역관리도를 작성한 것이 〈그림 4〉이다. 그리고 수정관리한계를 이용하지 않고 작성한 영역 관리도가 〈그림 5〉이다. 〈그림 4〉와 〈그림 5〉를 비교하면 〈그림 5〉에서는 공정조치를 3번 취해야 하나, 〈그림 4〉에서는 1번만 취하면 된다. 따라서 규격의 폭이 공정산포 (6σ)보다 클 경우 관리한계를 수정해야 함을 보였다.



〈그림 4〉 수정관리한계를 이용한 영역관리도



〈그림 5〉 3σ법에 의한 영역관리도

V. 결 론

통계적 공정관리를 위해 주로 사용되는 $\bar{X}-R$ 관리도는 현장작업자들이 사용하기에는 불편한 점이 있다. 특히 통계지식이 미흡하고 관리도에 대한 이해 부족으로 공정과 가장 밀접해 있는 작업자들이 외면하는 실정이다. 따라서 영역관리도에 대한 고찰을 통해 보다 이해하기 쉽고 활용하기 편리하도록 사용절차를 모델화하였고, 수정관리한계를 이용하여 영역관리도의 사용범위를 확대하였다.

끝으로 기존의 $\bar{X}-R$ 관리도와 영역관리도를 사용자 측면에서 비교해 보았다. 특히 예비자료에 의해 공정산포(σ)를 알고 있을 경우, 생산흐름에 맞추어 필요시에 측정데이터를 영역관리도에 직접 기록할 수 있어 공정의 이상원인을 쉽게 찾을 수 있다. 따라서 이러한 영역관리도가 제조현장에 많이 보급되었으면 하는 바램이다.

참 고 문 헌

1. 김태중, 임명준, 황철재, 박해근, "품질 관리론", 서울 : 동일 出版社, 1992.
2. E. L. Grant, R. S. Leavenworth, "Statistical Quality Control", 6th ed., McGraw-Hill Book co., 1988.
3. A. H. Jaehn, "Zone Control Charts: A New Tool for Quality Control", TAPPI Journal, February, pp. 159~161, 1987.
4. J. H. Reynolds, "The Run Sum Control Chart Process", Journal of Quality Technology, Vol

3, No. 1, pp. 23~27, 1971.

5. A. H. Jaehn, "The Zone Control Chart", Quality Progress, July, pp. 65~68, 1991.
6. J. Fang, K. E. Case, "Improving the Zone Control Chart", 1990-ASQC Quality Congress Tran sactons, pp. 494~500.
7. W. E. Carr, "Modifed Control Limits", Quality Progress, January, pp. 45~48, 1989.
8. R. B. Davis, A. Homer, W. H. Woodall, "Performance of the Zone Control Chart", Communica tions in Statistics-Theory and Methods, A19, No. 5, pp. 1581~1587, 1990.
9. R. W. Traver, "Pre-Control", Quality Progress, September, pp. 11~14, 1985.